



Modalités de l'épreuve

Comme les années précédentes, l'épreuve orale de mathématiques dure une heure et se compose de deux parties de durées égales : une première phase de préparation d'une durée d'une demi-heure et une seconde phase d'interrogation au tableau. Chaque sujet comporte deux exercices indépendants, portant sur des thèmes distincts du programme de première année ou de deuxième année de TSI. Les exercices proviennent d'une banque commune à l'ensemble des examinateurs. Ils sont conçus pour aborder plusieurs pans du programme et rédigés de façon progressive, afin que tout candidat sérieux puisse raisonnablement trouver le début de chacun.

Calculatrice

Pour la plupart des sujets, la calculatrice est autorisée. Les candidats ne disposent plus, comme les années passées, de logiciels de calculs Mathématiques.

L'objectif est d'évaluer leurs capacités d'utilisation en Mathématiques de l'outil numérique et formel de la calculatrice pour la résolution de problèmes, la formulation de conjectures et la représentation graphique de résultats. Les planches ne sont pas centrées sur l'utilisation de la calculatrice mais celle-ci permet d'éviter certains calculs fastidieux (développements limités, recherche d'éléments propres, calculs d'intégrales...), de représenter des courbes, d'évaluer numériquement un terme d'une suite... Ceci n'exclut ni une question ponctuelle d'algorithmique (exemple : boucle...), ni que certains détails de calcul (à la main) puissent être exigés.

Ces dispositions seront reconduites pour la session 2015.

Remarques générales

Le niveau des candidats a semblé légèrement plus homogène cette année par rapport à l'année passée. On observe de belles prestations (notées entre 16 et 20). On observe malheureusement aussi des prestations particulièrement laborieuses pour lesquelles la note relativement basse provient essentiellement des difficultés sur les questions de base. La moyenne de l'épreuve est fort satisfaisante et sensiblement égale à celle des années précédentes.

Les examinateurs ont apprécié le sérieux des candidats : ponctualité, politesse, connaissance du cours et des techniques de base, qualité de la présentation de l'exposé oral. Bien sûr, des fragilités apparaissent lorsque des questions demandent un peu plus de réflexion, mais les candidats manifestent une réelle volonté de bien faire. Il est important de rappeler qu'ils ne doivent pas annoncer leur lycée d'origine au début de la présentation.

La gestion du temps est très spécifique de l'épreuve orale. Les meilleurs candidats ont su traiter correctement les deux exercices et ont répondu à quelques questions supplémentaires qui venaient prolonger les exercices proposés. D'autres au contraire passent beaucoup trop de temps sur les questions les plus simples, à grand renfort de détails inutiles, comme s'ils cherchaient à échapper aux questions plus délicates. Cas extrême, plusieurs candidats ne préparent qu'un seul exercice, vraisemblablement celui qui leur fournissait le plus de matière. Mais ils ne doivent pas oublier qu'ils seront interrogés sur les deux. Notons au passage que le choix du premier exercice se doit d'être judicieux et permet au candidat de se mettre en confiance.

La gestion du tableau, elle aussi, est appréciée. On attend du candidat une présentation claire des résultats ainsi qu'un minimum de respect du formalisme usuel. Une trace propre et rigoureuse doit être inscrite au tableau, les arguments doivent être énoncés proprement d'une manière ou d'une autre. Le tableau est aussi un lieu où la recherche peut s'exprimer. Rappeler des résultats de cours ou proposer des démarches permet de débiter un dialogue avec l'examineur. Les courbes et les graphiques peuvent être de bons supports pour peu que les axes, points remarquables soient indiqués. Par ailleurs, si cette épreuve est orale, elle ne constitue pas une énumération de résultats aboutis. Présenter une idée, même non aboutie permet à l'examineur d'appréhender la démarche du candidat et de l'aider le cas échéant.

Les examinateurs sont en droit d'attendre des candidats les noms usuels des théorèmes et pas seulement les abréviations d'usage.

Enfin, les candidats ne doivent pas s'étonner de voir que l'interrogateur prend des notes à l'aide d'un ordinateur, cela ne l'empêche aucunement d'être attentif.

Remarques particulières en analyse

Rappelons avant tout la nécessité d'une connaissance précise et rigoureuse des principaux théorèmes du cours. Les examinateurs attendent également que les hypothèses de ces théorèmes soient bien connues et que le candidat prenne bien le temps de toutes les vérifier. Les théorèmes d'intégration par parties et de la bijection en particulier ont posé problème.

Les techniques les plus élémentaires en analyse posent parfois problème. Il est regrettable qu'après deux années de CPGE, la résolution d'une équation d'ordre deux sans calculatrice ou encore l'étude du signe d'une fonction ne soient pas correctement menées (rappelons à ce propos que la méthode qui consiste à chercher les points d'annulation puis le signe sur chacun des intervalles par test sur une seule valeur doit être complétée par un argument de continuité).

Tout aussi problématique, notons la résolution d'une équation différentielle simple d'ordre 2 comme $y'' + y = 0$ ou encore $y'' - y = 0$. Notons enfin des erreurs de calcul dans l'intégrale d'un produit qui devient le produit des intégrales ou encore dans les manipulations de fonctions trigonométriques pour lesquelles des calculs simples sont attendus (par exemple, pour intégrer $\cos(nx)\cos(mx)$, une simple linéarisation suffit). Enfin, le calcul des dérivées de fonctions composées pose toujours problème.

Des difficultés persistent sur les développements limités, souvent confondus avec des équivalences et pour lesquels la notation de $o(\cdot)$ est souvent mal comprise. Certains

développements limités sont mal connus et il est parfois étonnant de voir qu'après avoir énoncé un développement limité faux, un candidat arrive à énoncer correctement le développement en série entière correspondant.

Le théorème de D'Alembert est souvent bien énoncé et appliqué. En revanche, on observe régulièrement une confusion entre les séries de Riemann et les séries géométriques. Il convient de faire parfaitement la différence entre série numérique et série entière et de bien comprendre auquel des deux objets tel ou tel théorème s'applique.

Les définitions et théorèmes sur les séries de Fourier sont souvent bien appris.

Concernant les intégrales impropres, la continuité n'est pas systématiquement mentionnée et la question du signe est souvent absente dans l'application des différents théorèmes de convergence. Il convient, de plus, de ne pas oublier que les bornes de l'intégrale peuvent ne pas constituer les seuls problèmes pour que l'intégrale soit convergente. En revanche, les théorèmes des intégrales à paramètres posent toujours problème, les hypothèses faisant souvent défaut. Rappelons qu'il n'est demandé à l'oral d'appliquer ces théorèmes que dans des cas tout à fait simples où l'hypothèse de domination, notamment, est claire.

Sur les fonctions de deux variables, la condition nécessaire d'extrémalité à l'intérieur est souvent mal maîtrisée et l'on voit encore des élèves se précipiter vers le calcul des dérivées secondes avant la moindre observation du problème. Les notations de Monge jouent, à ce niveau, le rôle d'une boîte noire et les examinateurs demandent souvent l'écriture du développement limité à l'ordre deux de la fonction de deux variables pour que l'analyse du point critique soit rigoureusement effectuée. Notons au passage que la représentation de $(\mathbb{R}^*)^2$ a posé problème.

Enfin, notons que l'illustration spontanée de certaines questions d'analyse par des figures amène souvent une grande clarté du discours et, lorsqu'elle est judicieuse, est valorisée.

Remarques particulières en algèbre et en géométrie

Les techniques de réduction de matrices sont bien connues. Plusieurs candidats vérifient leurs valeurs propres en calculant la trace de la matrice. C'est un bon réflexe pour une matrice diagonalisable ou trigonalisable, mais plusieurs candidats ont été mis en difficultés avec une matrice diagonalisable sur \mathbb{C} et non sur \mathbb{R} et dans ce cas, la somme des valeurs propres réelles n'était pas égale à la trace. Malgré des calculs exacts au tableau, le candidat a cherché en vain une erreur dans la solution qu'il proposait.

Le passage d'un endomorphisme à sa matrice est en général bien réalisé mais cette technique masque souvent une assez mauvaise compréhension du lien entre les deux objets comme en témoignent les difficultés portant sur la notion de coordonnée.

Notons enfin l'erreur classique « $u = \text{vect}(\dots)$ » qui s'accompagne en général d'une méconnaissance totale de ce que désigne la notation vect .

Les différentes quadriques sont bien connues. La technique de réduction est souvent bien réalisée.

Les questions portant sur le produit scalaire n'ont posé aucun problème aux candidats connaissant leur cours.

La notion de matrice orthogonale est mal connue. Il est bien sûr insuffisant de vérifier que le déterminant vaut 1 ou -1, ou encore de vérifier que les colonnes sont orthogonales entre elles.

Il est essentiel de savoir déterminer rapidement l'équation d'un plan à partir de différentes situations.

Conseils aux futurs candidats

Lors de la remise du sujet les examinateurs recommandent de lire une première fois la totalité de l'énoncé et de partager équitablement le temps de préparation afin d'aborder les deux exercices. Dans la préparation de chaque exercice, il est impératif d'aller au-delà des questions que le candidats n'arrive pas à traiter ; leur formulation est en général faite de manière à ce qu'elles ne soient pas bloquantes lors de la préparation.

La calculatrice peut être utile pour répondre à certaines questions calculatoires (calculs de dérivée, recherche d'éléments propres, inverse de matrice). Les candidats ne doivent pas hésiter à s'en servir. Pour les calculs ainsi évités, ils doivent aussi se préparer à fournir une technique et à la mettre en place si cela est demandé par l'examineur.

Lors de la présentation orale, les candidats peuvent admettre des questions. Les examinateurs y reviendront en fin d'exposé. Par ailleurs, il est inutile d'attendre l'assentiment de l'examineur après chaque question. Rappelons qu'il n'est pas nécessaire de terminer les deux exercices pour obtenir une très bonne note. Enfin, les qualités de communication du candidat seront valorisées : clarté de l'expression, dynamisme de la présentation,...

Un exposé succinct mais précis des résultats obtenus est attendu. Dans cet esprit, il est inutile de recopier le détail des calculs au tableau. Il convient d'en indiquer les grandes lignes ainsi que le résultat final. Par contre, les théorèmes utilisés seront cités et leurs hypothèses vérifiées avec soin. Il pourra aussi être judicieux d'illustrer ses propos par des figures en géométrie, ou des graphes de fonctions, ou un cercle trigonométrique lorsque l'occasion se présente.

Dans le cas où une question viendrait à poser problème, il est recommandé d'indiquer toutes les pistes explorées, ce qui permettra d'engager un dialogue avec l'examineur. Rappelons à cet égard que les questions (ou les remarques) de l'examineur ont pour but d'aider les candidats à s'interroger sur la pertinence de leurs résultats et à les remettre sur une bonne voie. En aucun cas, les remarques de l'examineur ne visent à déstabiliser le candidat : il s'agit au contraire de le conduire à se poser les bonnes questions.

Concernant le changement de programme, il est à noter que les planches d'oral respecteront le nouveau programme et porteront sur celui-ci dans son intégralité. En particulier, notons que les probabilités seront présentes dans les planches proportionnellement à ce qu'elles représentent dans le nouveau programme.

Globalement, les prestations des candidats sont assez satisfaisantes, tant sur le fond que sur la forme. Les examinateurs les félicitent pour le sérieux de leur travail pendant ces deux ou trois ans de préparation et leur souhaitent bon courage.