



1/ Présentation du sujet

L'énoncé, sans réelles difficultés, se composait de deux exercices indépendants et d'un problème de 9 questions portant sur une grande partie du programme de MP. Les candidats étaient guidés et une question leur permettait de prendre plus d'initiative. Cette dernière a été très peu abordée malheureusement.

Les pré-requis de cours concernaient essentiellement l'analyse (intégration avec ou sans paramètre, séries, séries entières, convergence normale et uniforme, convergence dominée).

Il y avait des probabilités présentes dans le deuxième exercice et le problème.

2/ Remarques générales

Le sujet était de longueur raisonnable (quelques candidats ont traité l'intégralité des questions), bien construit, progressif et précis. La question III.8, plus ouverte, a permis de classer les meilleurs.

La moyenne est de 10,91 avec un écart-type de 4,46.

On notera que 6 candidats obtiennent la note de 20/20.

C'est donc une épreuve qui a bien rempli son rôle de classer les candidats et qui a permis aux candidats moyens et travailleurs d'être récompensés.

Les notions de convergence uniforme et les grands théorèmes classiques d'analyse ne sont pas suffisamment maîtrisés.

On conseille fortement aux futurs candidats de mettre en évidence les résultats : souligner ou encadrer les résultats rend la copie bien plus agréable.

Conclusion

L'attention des candidats est attirée sur le fait que les textes des sujets de mathématiques nécessitent une connaissance très précise des points fondamentaux du cours.

Sont ainsi valorisés :

- l'apprentissage du cours et en particulier les démonstrations des points importants, les exercices et exemples de base,
- les qualités de rigueur et de clarté d'exposition que l'on peut attendre d'un futur ingénieur,
- l'aptitude à savoir manipuler sa calculatrice,
- le soin apporté à la présentation de son travail.

Un candidat de niveau moyen et qui a travaillé doit pouvoir obtenir la moyenne au moins.

3/ Remarques détaillées par question

Premier exercice

Dans quelques copies, le candidat utilise l'équation caractéristique alors que l'équation différentielle du second ordre n'est pas à coefficients constants.

Beaucoup trop d'erreurs de calcul sur cet exercice basique.

La difficulté essentielle a été présentée par les changements d'indice nécessaires pour obtenir une identité permettant d'utiliser l'unicité du développement en série, d'où la perte d'informations indispensables comme la valeur de a_0 .

Un nombre non négligeable de candidats trouvent la bonne relation mais affirment qu'il y a des solutions non nulles !

On trouve des relations après « unicité du DES de la fonction nulle » qui comportent des $x...$

Deuxième exercice

La première question demandait d'établir qu'une famille est sommable et cela a fait fuir beaucoup de candidats.

Les familles sommables sont à maîtriser avant de se présenter au concours.

L'idée de regroupement par paquets, légitime dans le cas d'une famille positive, exige de savoir dénombrer les couples (i, j) tels que $i + j = n$.

Plusieurs donnent sans démonstration la valeur de $\sum_i \frac{i}{2^i}$ et sont sanctionnés.

Beaucoup ont explicité les lois de X et Y ce qui n'était pas utile.

Au 2.c) on aimerait voir plus souvent un contre-exemple précis.

Problème

1. a) On oublie de préciser que la fonction est continue sur I .

On ne peut échapper à l'erreur classique : $f \xrightarrow{\infty} 0 \Rightarrow \int_a^{\infty} f$ converge !

b) Oubli systématique de l'argument de continuité.

c) Erreur de dérivation par rapport à la mauvaise variable et erreurs de majoration.

2. a) Il suffisait d'utiliser le théorème de comparaison avec une intégrale et il était inutile de le démontrer.

b) Trop de temps perdu dans cette question où l'on pouvait déduire le résultat simplement en utilisant 2a).

Certains candidats ont cru pouvoir assurer la convergence d'une suite (H_n) dès que la différence $(H_{n+1} - H_n)$ tend vers 0.

3. a) Souvent l'inégalité n'est justifiée que sur l'intervalle $]0,1]$.

b) Question classique mais le théorème de convergence dominée est trop souvent utilisé pour \int_0^n .

Réponses trop approximatives.

Dans convergence dominée il y a convergence, l'oubli de la convergence simple est difficile à concevoir.

4. a) On oublie parfois de vérifier que l'intégrale existe.
b) On rencontre des factorielles de x ...
Question assez bien traitée en général.
5. Question assez réussie.
6. a) Certains ont répondu à cette question mais malheureusement sans « en déduire ». Il est important de suivre les consignes d'une question posée.
b) Théorème important de dérivation terme à terme pas toujours maîtrisé !
On rencontre même des candidats qui majorent avec du x pour établir une convergence uniforme !
c) Question sans grande difficulté.
7. a) On rencontre des découpages introduisant $\sum_i^{\infty} \frac{1}{i}$!
b) La convergence uniforme n'est pas souvent correctement prouvée.
Il est important de donner le nom du théorème que l'on utilise, ici théorème de la double limite.
8. Question demandant de l'initiative et qui n'est quasiment pas traitée.
9. Question bien traitée en général.
Curieusement quelques erreurs dans l'espérance de la loi de Bernoulli et dans la valeur de la somme des n premiers entiers naturels.