1/ Présentation du sujet

Le sujet proposait un exercice d'informatique suivi d'un exercice élémentaire portant sur la notion de projection orthogonale dans un espace euclidien.

Ensuite, un problème faisait découvrir une méthode pour trouver, à partir d'une matrice A, des matrices B vérifiant $B^p = A$ ou encore des matrices M telles que $\exp(M) = A$. Pour cela, on proposait un exemple développé dont le candidat devait s'inspirer pour la suite du sujet.

Cette épreuve autorisait l'usage des calculatrices.

2/ Remarques générales

La moyenne de l'épreuve est de 11,99 et l'écart type est de 3,96. Ce sujet a permis de bien classer les candidats, la moyenne est très convenable et les notes sont bien étalées.

L'énoncé était clair et les questions, de difficulté variée, permettaient à tous les candidats, même faibles de s'exprimer. L'épreuve couvre une bonne partie du programme. Le sujet est bien adapté au niveau des candidats du concours commun polytechnique.

Les candidats ont, dans l'ensemble, apprécié ce sujet et ont pu balayer toutes les questions.

Un effort a été fait cette année en ce qui concerne le soin apporté aux copies.

Conclusion
L'attention des candidats est attirée sur le fait que les textes des sujets de mathématiques nécessitent une connaissance très précise des points fondamentaux du cours.

Sont ainsi valorisés :
- L'apprentissage du cours et en particulier les démonstrations des points importants, les exercices et exemples de base.
- Les qualités de rigueur et de clarté d'exposition que l'on peut attendre d'un futur ingénieur.
- L'aptitude à savoir manipuler sa calculatrice.
- Le soin apporté à la présentation de son travail.

La devise donnée aux concepteurs est : un candidat de niveau moyen et qui a travaillé doit pouvoir obtenir la moyenne au moins.

3/ Remarques détaillées par question

Premier exercice

Exercice assez bien réussi, le langage python semble bien maîtrisé mais la récursivité est mal maitrisée. En particulier, quelque fois, le programme récursif ne s'arrête pas.

Deuxième exercice

Cet exercice a été souvent réussi ou pas traité du tout.
On trouve parfois des distances qui sont des matrices ou encore des vecteurs de R² dans une base de T...
Une précision : lorsque la question demande de « donner », le correcteur n'attend pas de justification.

Problème

1. Bien lire l'énoncé : certains ont perdu du temps à démontrer que l'application $\| \ \|$ est une norme.
   Les termes a_{ij} sont des complexes et ne peuvent figurer dans une inégalité (sans le module).
   Certains candidats ne sont pas capables de donner la formule du produit matriciel.

2. « justifier simplement » : il suffisait de dire qu'en dimension finie l'absolue convergence d'une série entraine la convergence.

3. On rencontre ici des quotients de matrices ou encore des inégalités utilisant $\sum_0^\infty u_n$ pour ensuite en conclure que la série $\sum u_n$ converge !

4. Erreur la plus fréquente : $Pe^M P^{-1} = \det M$.

5. Beaucoup de points perdus sur une question simple : calculer un déterminant de taille 3 ...

6. Question plutôt bien traitée si ce n'est l'apparition fréquente de $(-3)^x$ pour x réel.

7. On voit trop souvent $e^{i\theta} \leq 1$ ou encore : la suite $\left(n^2\left(\frac{2}{3}\right)^n e^{in\theta}\right)$ est décroissante mais aussi $\lim e^{in\theta} = \infty$ ....
   Dans la question 7b) on oublie de mentionner que $f - g \in F$.

8. Réponses souvent trop brèves et beaucoup d'explications hasardeuses.

9. Certains ne voient pas qu'il faut utiliser la question 7c) pour répondre à la 9b).
   On rencontre ici A^x pour x réel !

10. Question assez réussie.

11. Question peu traitée, certains n'ont pas vu que les vecteurs étaient à valeurs dans $\mathscr{M}_n(\mathbb{C})$.

12. Question simple souvent très mal réussie.

Beaucoup d'erreurs de calcul pour le polynôme caractéristique.

Les étudiants qui ont trouvé que la matrice était diagonalisable n'ont pas compris la philosophie du sujet.

Il ne suffit pas que le polynôme caractéristique soit scindé pour affirmer que la matrice est diagonalisable.

Les correcteurs ont plusieurs fois rencontré « le polynôme caractéristique $(X+1)(X-2)^2$ est scindé simple donc la matrice est diagonalisable ».

13. Calculs trop compliqués pour ceux qui n'utilisent pas leur calculatrice.

Il était inutile de donner (avec la calculatrice) l'expression de A^{-1} sans utiliser la méthode développée dans le problème.