



TSI

CONCOURS COMMUN INP RAPPORT DE L'ÉPREUVE ÉCRITE MATHÉMATIQUES Session 2022

1/ PRESENTATION DU SUJET

Le sujet était composé de deux problèmes indépendants. Le premier mettant en jeu les outils usuels de l'algèbre linéaire et des polynômes équilibrés, le deuxième étant axé sur la géométrie dans l'espace, les équations différentielles et les courbes paramétrées.

Chaque partie se voulait progressive et demandait explicitement des exigences du programme. La méconnaissance des formules de cours a pénalisé les candidats sans entraver la progression dans les questions. Chaque résultat nécessaire à la poursuite du sujet était donné. La compréhension des questions ne semble pas avoir posé de difficulté, l'enchaînement des questions du problème deux a favorisé les candidats ayant des connaissances sur les projecteurs et maîtrisant les formules du cours.

2/ REMARQUES GÉNÉRALES

ERREURS LES PLUS FREQUENTES

Dans le premier problème, la confusion entre composition d'endomorphisme et puissance de polynômes a grandement gêné les candidats. Pourtant, faire appel au produit de polynômes ne permet pas de répondre à plusieurs questions de l'exercice. La liberté d'une famille de vecteurs a été maltraitée.

Les formules du calcul d'un produit vectoriel, d'un produit scalaire et d'un produit mixte ont été source d'erreur par une connaissance très approximative des formules. De très nombreuses copies proposent un vecteur comme résultat d'un produit scalaire ou un nombre pour le résultat d'un produit vectoriel.

L'interprétation de ces calculs a donné lieu à des absences de réponses dans beaucoup de copies. Rares sont les candidats donnant la réponse attendue et présente au programme. Un manque notable de recul est à noter de la part de certains candidats.

Le deuxième problème ne nécessitait pas de calculs outre mesure et exigeait davantage une compréhension des résultats précédents. Une quantité non négligeable de candidats a utilisé le théorème spectral sans préciser l'appartenance aux matrices réelles et a perdu du temps dans le calcul du polynôme caractéristique.

Les ensembles de définition et de dérivabilité d'une fonction réelle a soulevé une méconnaissance de l'analyse de terminale chez de trop nombreux candidats.

Les questions où le résultat est donné sont lues avec beaucoup d'attention par le correcteur ou la correctrice pour éviter toute volonté d'aboutir sans justification sensée au résultat attendu. Il est à rappeler que recopier la formule demandée, précédée d'un « d'après les questions précédentes », ou « après calcul », n'est pas une démonstration et est sanctionné.

L'immense majorité des copies est bien présentée, les résultats sont mis en valeur.

Une minorité non négligeable de candidats tente visiblement d'annoncer un résultat de but en blanc ou de perdre le correcteur afin de gagner des points de manière malhonnête.

L'orthographe (parallèle, orthogonal...), la grammaire (masculin/féminin, singulier/pluriel), la conjugaison (même au présent) sont régulièrement maltraitées par les candidats, même parmi les plus brillants.

Certaines copies sont indigentes et sales (non-écriture sur les lignes, ratures nombreuses et sans règle). De nombreux candidats ne numérotent pas correctement les pages de leur copie.

BILAN

Le sujet de cette année a révélé de très grosses lacunes chez un nombre important de candidats en étude de fonction et connaissance de formules de cours. La géométrie dans l'espace et notamment les interprétations géométriques des produits vectoriels et mixtes ont été maltraitées par une partie importante des candidats. Il est regrettable que le théorème spectral ne soit pas appris avec les arguments nécessaires. La gestion du temps passe par une compréhension des notions abordées. De trop nombreuses copies présentent des pages de calculs plus ou moins réussies sans tenir compte des résultats donnés précédemment dans l'énoncé et qui peuvent être admis pour traiter le problème dans sa globalité.

3/ RAPPORT DÉTAILLÉ

PROBLEME 1

Partie I

Q1. La formule du binôme de Newton est connue par la plupart des candidats, des imprécisions dans les bornes sont à noter. Il est à déplorer que le critère de commutativité ne soit que rarement cité.

Q2. L'application de la formule du binôme de Newton n'a posé aucune difficulté.

Q3. L'application de la formule à des exemples a été réalisée par une grande majorité des candidats.

Q4. Une confusion entre produit de polynômes et composition d'endomorphismes a été révélée dans un nombre significatif de copies.

Q5. Pour prouver que l'application est un endomorphisme, deux étapes sont nécessaires. Si la linéarité a été traitée avec soin, il n'en a pas été de même pour préciser les ensembles de départ et d'arrivée pour la stabilité.

Q6. Beaucoup de candidats ne calculent que l'image des vecteurs de la base canonique sans aller plus loin. Les copies présentant une solution à cette question omettent les coefficients du polynôme. Une rédaction précise de l'écriture d'un polynôme était attendue. Un discours sur la disparition du terme en X^k ne peut satisfaire les exigences d'un concours d'école d'ingénieur.

Q7. L'argument du degré de la **Q6** a été omis. La définition du noyau est connue mais ne permet pas aux candidats d'avancer dans de nombreuses copies. La propriété du nombre de racines du polynôme nul aurait pu être utilisée à bon escient, une grande majorité de candidats donne la solution sans preuve. La conclusion est souvent omise.

Q8. Le théorème du rang a été appliqué régulièrement par les candidats. La capacité à exploiter les questions précédentes a été un critère discriminant entre un candidat apte à proposer un raisonnement et un candidat proposant des éléments non reliés.

Q9. Nous félicitons les candidats pour les connaissances mises en œuvre lors de cette question. Néanmoins le terme de télescopage n'est pas assez souvent invoqué.

Partie II

Q10. Les candidats justifient la liberté de la famille par l'échelonnement des degrés mais le cardinal de la famille est rarement évoqué pour conclure.

Q11. La question n'a pas posé de difficultés aux candidats.

Q12. L'application de la formule a été réalisée sans aboutir au résultat final. La factorisation et la simplification n'ont été présentes que dans peu de copies.

Q13. La question a été bien réussie et souvent réalisée à l'aide d'un raisonnement par récurrence pour les quelques copies présentant une réponse.

Q14. Le premier terme n'a posé aucune difficulté à la grande majorité des candidats. Le terme de rang quelconque n'a été abordé que dans peu de copies et avec un taux de réussite faible.

Q15. Quelques rares copies ont justifié l'existence de la décomposition par le fait que les H_i forment une base de $R_n[X]$. Le lien avec la **Q14.** pour conclure a été vu par un grand nombre de candidats.

Q16. Beaucoup de candidats vérifient la formule de manière « artisanale ».

Q17. Les candidats ayant réussi la **Q4.** ont pu mettre en jeu le même raisonnement. La notion de composée a mis en difficulté de nombreux candidats. Se contenter de citer des questions précédentes sans mettre en avant les arguments a été pénalisé.

Q18. La question n'a pas posé de difficulté.

Q19. La question a été peu abordée mais a été réussie par les candidats l'ayant traitée.

Q20. La question a été réussie. Le nombre de tours a été le seul écueil notable. Les correcteurs se réjouissent que de plus en plus de candidats maîtrisent l'outil informatique. Hélas, près de la moitié des copies n'abordent pas cette question.

PROBLEME 2

Partie I

Q21. L'immense majorité des candidats vérifie que les points M et N sont sur le plan (S), mais certains candidats oublient le point O.

Q22. Les démonstrations sont souvent incomplètes. Le fait que les vecteurs soient non liés ne suffit pas, l'appartenance des points est nécessaire et l'argument de la dimension de (S) est très souvent oublié.

Q23. De très nombreuses erreurs de calcul sont présentes. Il est à noter une confusion avec le produit scalaire.

Q24. L'interprétation attendue était l'aire du parallélogramme. Une infime minorité des candidats a traité cette question.

Q25. La question a été très bien traitée par les candidats.

Q26. Le produit mixte est méconnu par une énorme majorité des candidats.

Q27. L'interprétation du produit mixte a donné des résultats fantaisistes. Le volume du parallélépipède est rarement cité

Q28. Cette question a été bien traitée par beaucoup de candidats. Il est à regretter qu'un vecteur normal semble devoir être contenu dans le plan (S) pour une partie des candidats.

Q29. Le schéma est présent dans bon nombre de copies et révèle une compréhension très approximative des notions en jeu. Cette question a été discriminante entre une bonne copie et une copie à peine correcte.

Q30. Cette question a été très peu abordée et a participé à la séparation entre bonnes copies et copies moyennes.

Partie II

Q31. Les meilleurs candidats ont directement calculé le déterminant de la famille, ce qui permettait de prendre de l'avance sur la **Q33**. La grande majorité montre le côté libre de la famille mais très peu évoquent son cardinal pour conclure, comme à la **Q10**.

Q32. Trop de candidats oublient que la notion de base orthonormée exige deux critères pour être prouvée.

Q33. Les candidats connaissant la formule du produit vectoriel réussissent la question. Il est à déplorer qu'ils soient rares.

Q34. La question a été correctement traitée dans l'ensemble.

Q35. L'inverse d'une matrice n'est pas usuellement sa transposée, le caractère orthogonal de la matrice était essentiel. Quelques candidats choisissent de montrer que le produit des matrices de **Q34** et **Q35** donnent la matrice unité. Dans ce cas, il faut éviter d'appeler cette matrice P^{-1} avant la démonstration.

Q36. La question a été dans l'ensemble bien traitée. Il est à noter que des incohérences dans les dimensions des objets multipliés (vecteur x matrice ou matrice x vecteur transposé) ont été présentes et sont inquiétantes à la fin d'un cycle préparatoire aux grandes écoles.

Q37. La question a été bien traitée dans un grand nombre de cas, les candidats ayant essayé d'abuser les correcteurs ont été sanctionnés.

Q38. Cette question a été discriminante, les propositions fantaisistes ont été sanctionnées.

Q39. L'ordre des matrices de passage est inversé dans certaines copies et n'ont pas permis d'obtenir les points pour ces candidats. Cette question a été abordée dans une majorité des copies.

Q40. Le théorème spectral est bien cité, mais son orthographe est à revoir (un théorème est masculin). La matrice doit être symétrique *et réelle*. Le fait que les valeurs propres sont 0 et 1 est rarement expliqué correctement. Beaucoup de candidats se lancent dans les calculs au lieu de faire le lien avec les questions précédentes.

Q41. Vérifier que les deux vecteurs fournis étaient propres était une des méthodes les plus rapides en mentionnant que l'espace propre avait pour dimension 2.

Partie III

Q42. Beaucoup de réponses sont présentes sans être pour autant toutes correctes. Certaines copies ne comprennent pas le sens du mot « équation » en omettant le signe « = ».

Q43. Cette question a été réussie dans le même ordre de grandeur que la **Q42**.

Q44. Beaucoup de candidats arrivent à reprendre le fil du problème et traitent bien cette question.

Q45. Peu de candidats arrivent à répondre à cette question qui est du domaine de la classe de terminale. Ce type de question est une difficulté pour l'ensemble des candidats. Même à partir d'une inéquation correcte au départ, l'exploitation donne lieu à des erreurs grossières sur les inégalités et donc à des conclusions fausses.

Q46. Cette question a souvent été bien traitée.

Q47. Peu de candidats abordent cette question à tort, les copies ayant répondu ont proposé des solutions correctes.

Q48. Dans l'équation $x^2 + y^2 = \mu$, la lettre μ représente le carré du rayon du cercle. Des candidats confondent sphère et cercle. Le centre est omis dans certaines copies.

Partie IV

Q49. La parité et la périodicité sont dans l'ensemble bien étudiées mais les conséquences sur le domaine d'étude ne sont pas claires dans la grande majorité des copies. Trop de candidats négligent le fait que la tangente s'annule en zéro.

Q50. Les calculs élémentaires de dérivation et de mise en place de tableau des variations sont à revoir.

Q51. L'échelle est trop peu souvent respectée. Une confusion notable entre droite, demi-droite et segment est à noter dans un nombre conséquent de copies.

Q52. Le fait que « les droites font un angle droit sur mon dessin » n'est pas une démonstration.

Q53. La question a été rarement abordée mais réussie par la minorité l'ayant faite.

Q54. Le réel recherché doit être indépendant de t.

Q55. La question a été bien traitée.

Q56. Cette question s'inscrit dans la lignée de la **Q55.** et a le même taux de réussite.

Q57. Le caractère C1 est souvent oublié, la dérivation d'une composée a parfois posé problème.

Q58. La technique de résolution est bonne, mais de nombreuses erreurs de calcul sont remarquées.

Q59. Le principe de résolution est acquis par les candidats.

Q60. Les rares copies proposant une solution ont validé cette question.

4/ CONCLUSION

Cette année, le niveau très hétérogène des candidats a pu être ressenti. Si l'on trouve des copies particulièrement intéressantes, où les démonstrations sont argumentées et les connaissances solides, il est à regretter qu'une grande partie des candidats semble être dépassée par les notions comme la dérivation d'une composée ou la composition d'endomorphismes.

Une cohorte de candidats sérieux a proposé des solutions mais de manière approximative. Les questions de cours demandant la formule du produit mixte ou l'ensemble de dérivabilité d'une fonction a mis en avant un apprentissage imparfait du cours. L'interprétation des formules de géométrie mérite d'être connue par des futurs ingénieurs. Les candidats connaissant les formules et les notions d'analyse (dérivation, parité, ensemble de définition) ont su tirer profit de ce sujet à l'inverse des candidats aux bases précaires.

Les correcteurs félicitent les candidats pour leur implication concernant l'outil informatique et souhaitent que cette démarche ne fasse pas oublier d'apprendre correctement des formules comme le binôme de Newton avec les bornes et les critères connus ou le théorème spectral avec le caractère réel.

Les correcteurs félicitent également, les candidats qui ont fait preuve de sérieux et d'exactitude dans leur apprentissage des connaissances de cours, marche essentielle avant la possibilité d'élaborer un raisonnement. La précision scientifique et la démarche de vérité sont des exigences d'un concours d'ingénieur.

Les correcteurs soulignent que l'orthographe n'a pas été sanctionnée, mais le non-respect des règles élémentaires de grammaire entraîne une gêne dans la lecture qui peut desservir le candidat. Certaines copies ont été extrêmement déplaisantes à lire : certains candidats n'ont pas pris la peine d'écrire sur les lignes ou ont utilisé des abréviations. Même si ces copies restent marginales, elles ont tendance à être de plus en plus présentes. De la lecture des copies dépend la note, sans demander une graphie parfaite, les correcteurs sont en droit d'exiger que la copie soit lisible et non pas une succession de mots ou d'abréviations griffonnés. La relecture permet d'éviter de nombreux écueils.

L'ensemble des correctrices et des correcteurs souhaite une bonne préparation aux futurs candidats à l'aune de ce qui a été écrit.