PSI

CONCOURS COMMUN INP

RAPPORT DE L'ÉPREUVE ORALE DE MATHÉMATIQUES

1/ DÉROULEMENT DE L'ÉPREUVE

Comme chaque année, l'épreuve orale de mathématiques dure une heure découpée en deux parties :

- une demi-heure de préparation des deux exercices proposés par l'examinateur et portant sur deux parties distinctes du programme de PSI ;
- une demi-heure de présentation au tableau des résultats obtenus.

Le temps de vérification de l'identité, le temps d'installation dans la salle avant de commencer la préparation et le temps de sortie de la salle une fois l'épreuve terminée sont inclus dans l'heure passée par le candidat dans la salle. Il est donc dans l'intérêt du candidat d'être prêt à l'heure d'interrogation prévue (il est demandé au candidat d'être devant la salle d'interrogation 30 minutes avant l'heure prévue de passage) et de ne pas avoir à chercher dans son sac sa pièce d'identité ou sa feuille d'émargement. Durant leur préparation, les candidats peuvent utiliser des bouchons d'oreille. Les calculatrices sont interdites. Les brouillons sont fournis, mais pas les stylos.

Les candidats sont libres de débuter par l'exercice de leur choix, d'admettre un résultat intermédiaire, de sauter des questions et de changer d'exercice lorsque cela leur semble opportun. Dans tous les cas, l'évaluation porte sur l'ensemble des deux exercices.

2/ CRITÈRES D'ÉVALUATION

L'évaluation du candidat prend en compte les critères suivants :

- la bonne compréhension des définitions et théorèmes du cours.
- l'aisance en calcul et avec les techniques de base.
- la rigueur.
- la capacité à prendre des initiatives et l'autonomie.
- la capacité d'argumentation et la clarté des explications
- la gestion du temps et du tableau.

3/ REMARQUES GÉNÉRALES SUR L'ORAL 2019

La plupart des candidats arrivent préparés pour cette épreuve et les examinateurs ont vu peu de candidats dont le niveau de stress a été un handicap apparent. Voici tout de même une liste de points relevés par les examinateurs qui pourront servir pour les futurs candidats.

- Rappelons de nouveau que l'examinateur est censé intervenir le moins possible et que les candidats ne doivent pas s'étonner si l'examinateur n'intervient pas du tout durant le début de l'oral. Certains examinateurs interviennent après la présentation de l'ensemble de la préparation, d'autres préfèrent questionner le candidat après chaque exercice. Dans tous les cas, la prise d'initiatives faisant partie des compétences évaluées, les candidats doivent présenter ce qu'ils ont préparé sans attendre à chaque phrase l'acquiescement de l'examinateur, ni réclamer d'indication.

- Comme déjà rappelé, la notation prend systématiquement en compte l'ensemble des deux exercices. Il peut être très dommageable pour l'évaluation d'un candidat qu'il n'ait pas eu le temps de présenter tous les résultats obtenus durant le temps de préparation, ou qu'il n'ait pas abordé les deux exercices. Trop peu de candidats prennent des initiatives quant à la répartition du temps entre les deux exercices. Lorsque c'est le cas, l'examinateur ne refuse jamais de changer d'exercice. Quelques candidats sont venus sans montre et ont dû demandé à l'examinateur le temps restant. Il est essentiel que les futurs candidats pensent à vérifier l'heure et ne comptent pas sur l'examinateur pour la gestion du temps.

- La rédaction doit être concise, il n'est pas nécessaire d'écrire tous les calculs mais les points clés doivent absolument apparaître au tableau. Beaucoup de candidats énoncent des réponses ou justifications orales sans trace écrite. D'une part des justifications non écrites pourront être considérées comme manquantes et d'autre part, cette stratégie ne permet généralement pas de gagner du temps puisque l'examinateur posera alors des questions sur ces points, faisant parfois apparaître des fragilités dans l'argumentation.

- Le calcul pose de très grandes difficultés à beaucoup de candidats. Il leur fait perdre beaucoup de temps pour un résultat trop souvent faux.

- Les connaissances du programme de 1re année semblent bien souvent peu disponibles aux candidats. Notons par exemple les calculs d'équivalents, l'utilisation de l'inégalité des accroissements finis, les suites récurrentes, la rédaction d'une récurrence forte, la factorisation des polynômes…

- Les résultats utilisés ne figurant pas explicitement au programme doivent être énoncés en détails et démontrés. L'exemple emblématique illustrant cela est le fait que les valeurs propres d'une matrice annulent tout polynôme annulateur de cette matrice. De nombreux candidats ont été étonnés qu'il leur soit demandé de le démontrer.

4/ REMARQUES SPÉCIFIQUES SUR L'ORAL 2019

Cette partie constitue une liste non exhaustive d'erreurs et de difficultés fréquemment constatées par les examinateurs.

ALGÈBRE

- Beaucoup de candidats savent identifier une matrice de rang 1 mais éprouvent plus de difficultés pour utiliser ce résultat pour écourter la recherche des espaces propres.

- La diagonalisation d'une matrice carrée est maîtrisée mais le lien entre matrice et application linéaire pose toujours des difficultés. La définition de la matrice d'une application linéaire dans une base donnée n'est pas suffisamment assimilée. Il en résulte des difficultés avec les exercices du type « montrer qu'il existe une base dans laquelle la matrice de f est… ».

- Plusieurs candidats inventent des formules pour calculer le déterminant d'une matrice par blocs. Il serait bon d'avoir en tête des exemples simples permettant de démentir aisément ces formules.

- Trop de candidats confondent polynôme annulateur et polynôme caractéristique et utilisent l'expression « LE polynôme annulateur ». Ceci les amène par exemple à considérer que si P est annulateur de A, alors les racines de P sont valeurs propres de A. Dans le même ordre d'idées, certains candidats pensent que la diagonalisabilité est déductible du polynôme caractéristique et on voit trop souvent des candidats affirmer que puisque le polynôme caractéristique (ou le polynôme annulateur) est scindé, la matrice est diagonalisable.

- Le calcul du polynôme caractéristique est la plupart du temps effectué par la règle de Sarrus ou par développement par rapport à une ligne ou une colonne, ce qui conduit à une forme développée dont la factorisation pose problème.

- Les polynômes de matrices et d'endomorphismes sont très mal maîtrisés. Une erreur très courante consiste à calculer $P(MX)$ au lieu de $P(M)X$, lorsque P désigne un polynôme, M une matrice et X un vecteur.

- Les exercices d'algèbre euclidienne posent de grosses difficultés à une majorité de candidats. Ils parviennent dans l'ensemble à démontrer que la forme bilinéaire fournie est un produit scalaire mais les calculs de distance à un sous-espace vectoriel ne sont que très rarement traités. Les candidats semblent également éprouver des difficultés à développer une vision géométrique de ce type de question.

ANALYSE ET PROBABILITÉS

- La manipulation des équivalents pose des difficultés (addition d'équivalents, constantes multiplicatives négligées).

- Pour un nombre significatif de candidats, la notion de développement limité se confond avec celle de série entière. Certains candidats confondent également série entière et polynôme.

- Les différents types de convergence pour les séries de fonctions ne sont pas maîtrisés. De très nombreux candidats affirment montrer la convergence uniforme d'une série de fonction en (re)démontrant la convergence simple vers 0 de la suite des restes. D'autres montrent la convergence uniforme sur tout intervalle $[a,+\infty[$, $a>0$ et en déduisent la convergence uniforme sur $\mathbb{R}_+^*$. D'autres encore se lancent dans la preuve de la convergence uniforme après avoir remarqué la non continuité de la fonction somme.

- La régle de d'Alembert semble être la seule méthode connue pour déterminer le rayon de convergence d'une série entière.

- Le principe de recherche d'une solution développable en série entière d'une équation différentielle et en miroir le principe de détermination d'une équation différentielle vérifiée par une fonction somme d'une série entière sont compris. En revanche les calculs ne sont que rarement terminés et justes, le plus souvent à cause d'une mauvaise manipulation des indices des sommes.

- Les exercices concernant les fonctions de deux variables ont eu peu de succès. Si nombre de candidats n'hésitent pas à se lancer dans de long calculs de dérivées partielles, les notions de régularité ne sont pas acquises. À titre d'exemple, beaucoup pensent prouver la continuité de f en $(0,0)$ en prouvant la continuité des fonctions partielles $f(\cdot\,,0)$ et $f(0,\cdot)$.

- Les lois usuelles de probabilités sont dans l'ensemble connues.

- On assiste à des confusions entre variable aléatoire et nombre et il n'est pas rare de voir écrit $E(X) = \sum X\, P(X = k)$.

- Les probabilités conditionnelles ne sont pas maîtrisées. Au-delà des problèmes de nature d'objet fréquemment rencontrés, beaucoup tentent d'exprimer $P(X = k)$ en fonction de $P(X = k\,|Y = n)$ en utilisant la définition d'une probabilité conditionnelle, mais ne pensent pas à utiliser la formule des probabilités totales.