

Remarques générales

Si le niveau des candidats reste moyen, nous avons trouvé quelques très bons éléments qui savent faire les exercices proposés sans l'aide de l'examineur alors que d'autres, insuffisamment préparés, sont incapables d'énoncer correctement les définitions et les théorèmes nécessaires à la résolution des questions qui leur sont posées.

Certains d'entre eux ont fait l'impasse sur des parties entières du programme telles que : algèbre linéaire, séries de fonctions, intégrales doubles. Nous invitons donc les étudiants à lire attentivement celui-ci et nous rappelons qu'il porte sur les deux premières années.

Analyse

a) Les théorèmes fondamentaux ayant été vus en première année sont, comme nous l'avons dit dans l'introduction, méconnus des candidats ; en particulier les théorèmes d'existence (limite monotone, valeurs intermédiaires, accroissements finis). Les énoncés de la formule de Taylor sont bien fantaisistes.

Lors de la recherche de limites il y a confusion entre les trois notions suivantes :
 $f \approx g$; $f - g \rightarrow 0$; f et g ont la même limite.

b) Les développements limités usuels ne sont pas sus et pour les retrouver les candidats ignorent les théorèmes généraux et ceux qui les utilisent oublient que tous les développements doivent être faits au même ordre, le terme complémentaire étant remplacé par des petits points ! ; ils tentent de calculer la dérivée $n^{\text{ième}}$ de la fonction en 0. Ils ne savent pas en donner l'interprétation géométrique pour l'étude locale des courbes.

c) Les calculs d'intégrales mènent à des calculs mécaniques non justifiés. Ils ne savent pas que, sur un segment, la continuité est une condition suffisante. Signalons l'ignorance des règles de changement de variable pour les primitives de fonctions rationnelles en sinus et cosinus et les difficultés avec les fonctions trigonométriques directes ou inverses. Les hypothèses exigées pour un changement de variable ne sont jamais vérifiées et nous rappelons que celui-ci doit se faire dans trois endroits : la fonction à intégrer, les bornes, et le dx . Certains candidats vont même jusqu'à faire un développement limité de la fonction avant de l'intégrer.

Pour prouver l'existence d'une intégrale généralisée, les candidats n'emploient pas les théorèmes de comparaison et confondent $f(x) \rightarrow 0$ et $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ converge.

Les théorèmes de dérivation des fonctions définies par une intégrale ne sont pas connus, pas plus que la dérivée de $\int_a^x f(t) dt$.

- d) Suites et séries de fonctions : Les difficultés viennent surtout des majorations. Les énoncés des théorèmes portant sur la continuité et la dérivabilité de la somme d'une série sont parfois entachés d'erreurs. Pour l'étude des séries numériques, les candidats n'aiment pas utiliser les théorèmes de comparaison, peut-être à cause des difficultés qu'ils ont à faire les majorations. Ils préfèrent ceux qui portent le nom de mathématiciens célèbres (Nous rappelons à ce propos que les critères de Cauchy et d'Abel ne sont pas au programme du concours). Les critères des séries à termes positifs sont appliqués aux séries alternées
- e) Les intégrales multiples sont ignorées des candidats et pour calculer une aire plane ils font une décomposition subtile du domaine pour pouvoir utiliser les méthodes de terminale (s'ils s'en souviennent !).
- f) La résolution d'une équation différentielle se limite à des calculs mécaniques (dans la mesure où le candidat connaît la méthode), mais ils ne se préoccupent pas de l'intervalle dans lequel ceux-ci sont valables. Pour les équations linéaires du second ordre à coefficients constants, ils ne connaissent que la méthode de variations des constantes qui mènent souvent à des calculs compliqués alors qu'il serait plus simple de chercher une solution particulière.
- g) Séries de Fourier : Si les candidats savent à peu près calculer les coefficients, ils ne se préoccupent pas de la convergence de la série. Ils ont toujours des difficultés à se représenter une fonction périodique de période T définie par une formule sur $[0 ; T]$

Algèbre

C'est dans cette partie du programme que les candidats connaissent le moins leur cours et font le plus de confusions. Ainsi si F et G sont deux sous espaces vectoriels, confusion entre $F \cup G$ et $F + G$; et un candidat va mélanger application linéaire et sous-espace vectoriel.

Les notions de base : famille libre, génératrice, base, rang ne sont pas acquises et les candidats ont toujours des difficultés à traiter des exercices pratiques sur ces notions en dimension 3 ou 4. Celles-ci sont encore plus importantes s'il s'agit d'un espace de fonctions (polynomiales ou trigonométriques).

Le déterminant est une sorte de boîte magique dont on ignore la définition mais que l'on sait calculer uniquement en le développant suivant une rangée ; on ignore les combinaisons de lignes et de colonnes et les déterminants triangulaires.

La méthode du pivot de Gauss pour la résolution de systèmes linéaires n'est pas maîtrisée par les candidats et ils font des combinaisons plus ou moins anarchiques d'équations.

En calcul matriciel, beaucoup ne savent pas l'interprétation des colonnes d'une matrice et certains ne savent même pas faire un produit matriciel.

Si les candidats savent trouver les valeurs propres d'une matrice, ils en ignorent la définition et oublient qu'un vecteur propre doit être non nul.